



MAGGIA
LABORATORIO

Función especial: Chi-cuadrado



Sea una muestra

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

n variables independientes, y cada una es descrita por una **función gaussiana normalizada**; entonces definimos la variables chi-cuadrado como:

$$\chi^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

y su función de distribución es:

$$f(\chi^2) = k(\chi^2)^{\lambda-1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$$

con función característica:

$$\varphi_{\chi^2}(t) = (1 - 2it)^{-\lambda} \quad \lambda = \frac{1}{2}n$$



MAGGIA
LABORATORIO

Función especial: Chi-cuadrado



$$x^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

n variables independientes, y cada una es descrita por una **función gaussiana normalizada**; entonces definimos la variables chi-cuadrado como: $f(x^2) = k(x^2)^{\lambda-1}e^{-\frac{1}{2}x^2}$

Demostración:

- Suponemos una muestra de tamaño 1, $\chi^2 = x_1^2$ y calculamos su función de densidad de probabilidad a partir de la definición de función de distribución.
- Calculamos la función característica de la variable anterior.
- Asumiendo que la nueva variable es la suma de variables independientes, su función característica es el producto de las funciones características de funciones como el punto b)
- Antitransformo la función característica obtenido en c) y obtengo finalmente una función $f(x^2) = k(x^2)^{\lambda-1}e^{-\frac{1}{2}x^2}$

donde λ es igual a $n/2$. a n se lo conoce como grados de libertad.

$$f(\chi^2) = k(\chi^2)^{\lambda-1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$$

$$\lambda = \frac{1}{2}n$$

“grados de libertad”

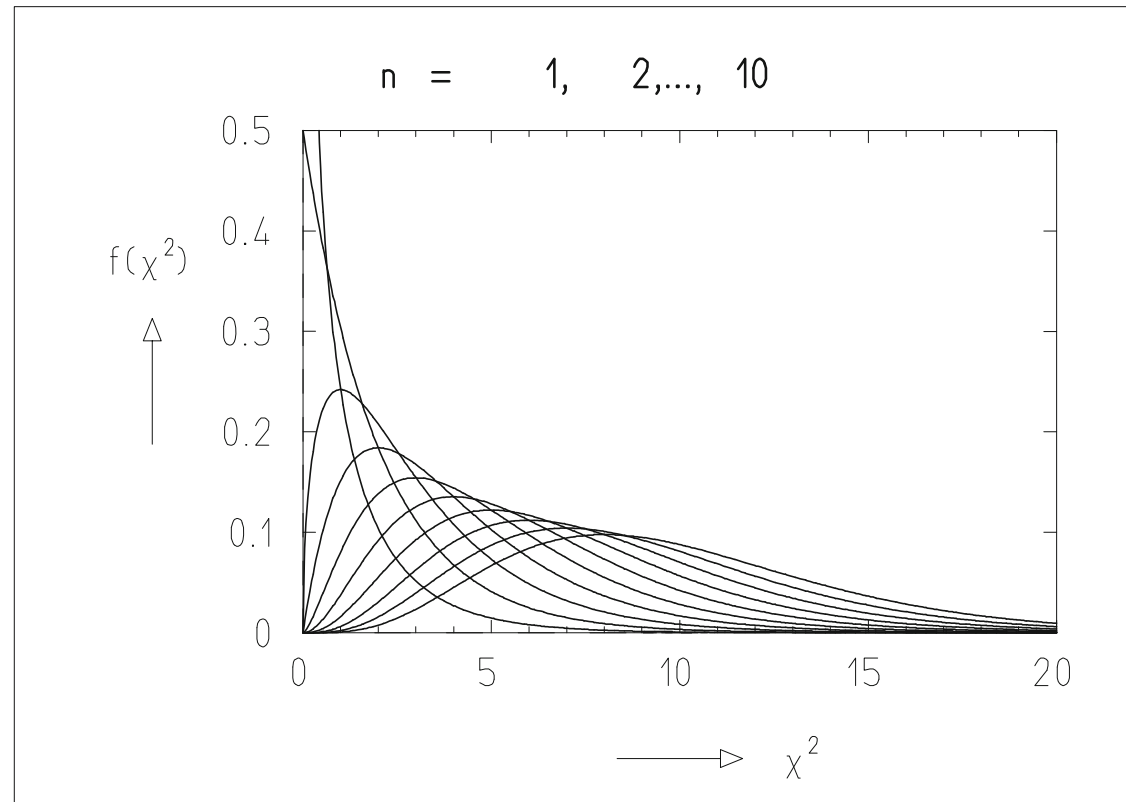


Fig. 6.8: Probability density of χ^2 for the number of degrees of freedom $n = 1, 2, \dots, 10$. The expectation value $E(\chi^2) = n$ moves to the right as n increases.

Comentario: que sucede si el vector maestro no proviene de una gaussiana normalizada sino de una gaussiana con media a y varianza b ?

Nota: Utilice la relación de función característica y parámetros fundamentales y la relación de la varianza con la media al cuadrado. Rta: media es igual a n y varianza a $2n$

Relación entre la varianza muestral y la variable chi-cuadrado



Se puede demostrar que el estimador de la varianza tiene una relación con la variable chi-cuadrado

$$\tilde{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \tilde{\mu}_i)^2}{n-1}$$

Se tiene que la siguiente expresión:

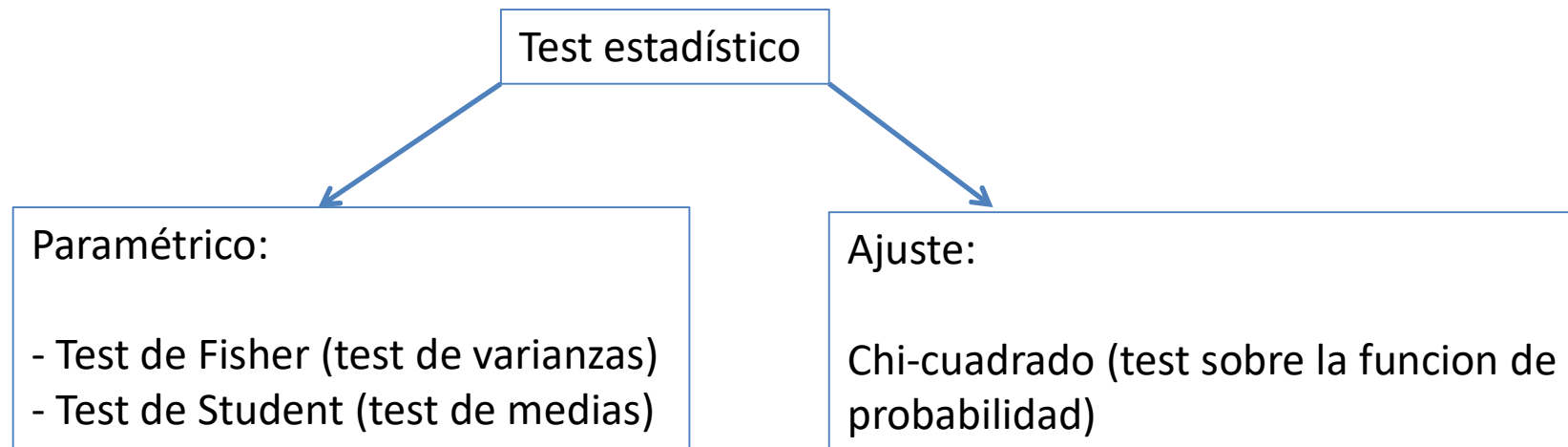
$$\frac{\tilde{\sigma}^2 * (n-1)}{\sigma^2} = \chi_{n-1}^2$$

representa a una variable chi-cuadrado con (n-1) grados de libertad, σ^2 es la varianza poblacional.

Test Estadístico



Es una manera “cuantificada” de rechazar las hipótesis estadísticas, verifica que estas son “imposibles”. NO sirve para aceptar las hipótesis estadísticas.



Test Estadístico



Pasos generales para un planteo de test estadístico:

- Formulación de la hipótesis, H , en cuanto a la naturaleza de la población.
- Defino una función determinista de la/s muestras, esta es la que define al test-estadístico $T(\vec{x})$
- Calculamos la f.d.p de $T(\vec{x})$
- Se fija un nivel de significación α (defino la región de baja probabilidad = “improbabilidad”).
- Se determina la subregión U , dentro de la región de variación de T , tal que

$$P_H(T \in U) = \alpha$$

Implementación del test:

- Tomo la/s muestra/s \vec{x} (y \vec{x}') calculo el valor de T_0 .
- Si T_0 está incluido en U entonces debo RECHAZAR la Hipotesis, H .



Test de Fisher (Test-F)

Suponemos dos muestras independientes: (\bar{X}_1, \bar{X}_2) que provienen de poblaciones de igual varianza, σ^2 y asumimos:

a) La Hipótesis:

$$E(\tilde{\sigma}_1^2) = E(\tilde{\sigma}_2^2) = \sigma^2$$

b) Definimos la función sobre las muestras:

$$T = F = \frac{\tilde{\sigma}_1^2}{\tilde{\sigma}_2^2}; \tilde{\sigma}_1^2 > \tilde{\sigma}_2^2 \longrightarrow F = \frac{f_2}{f_1} \frac{X_1^2}{X_2^2} \quad \begin{array}{l} f_1 = n_1 - 1 \\ f_2 = n_2 - 1 \end{array}$$

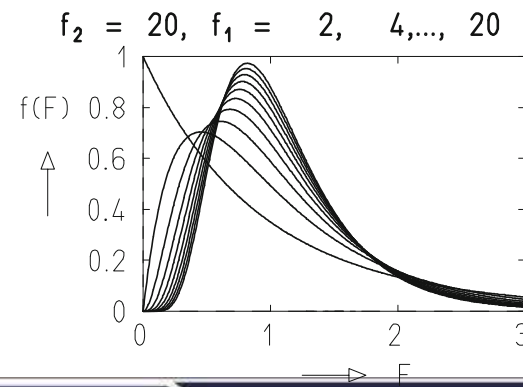
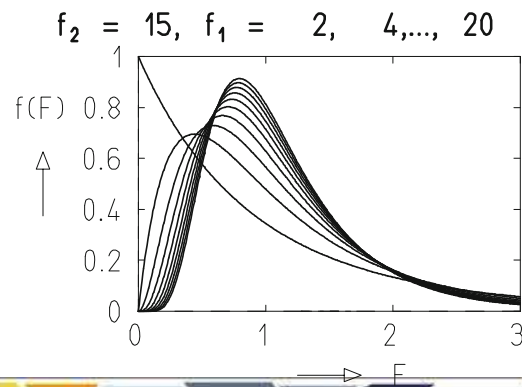
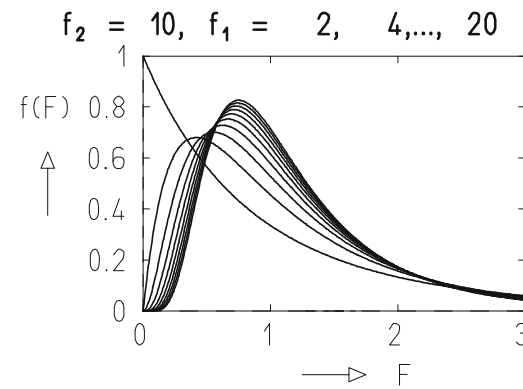
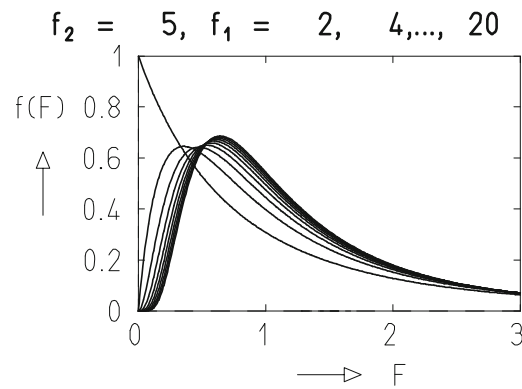
c) Encontramos la función de densidad de probabilidad de F.

$$f(F) = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^{\frac{1}{2}f_1} \frac{\Gamma(\frac{1}{2}(f_1 + f_2))}{\Gamma(\frac{1}{2}f_1)\Gamma(\frac{1}{2}f_2)} F^{\frac{1}{2}f_1 - 1} \left(1 + \frac{f_1}{f_2}F\right)^{-\frac{1}{2}(f_1 + f_2)}$$

Test de Fisher (Test-F)

d) Fijamos el nivel de significación en 5% (2%,1%)

e)

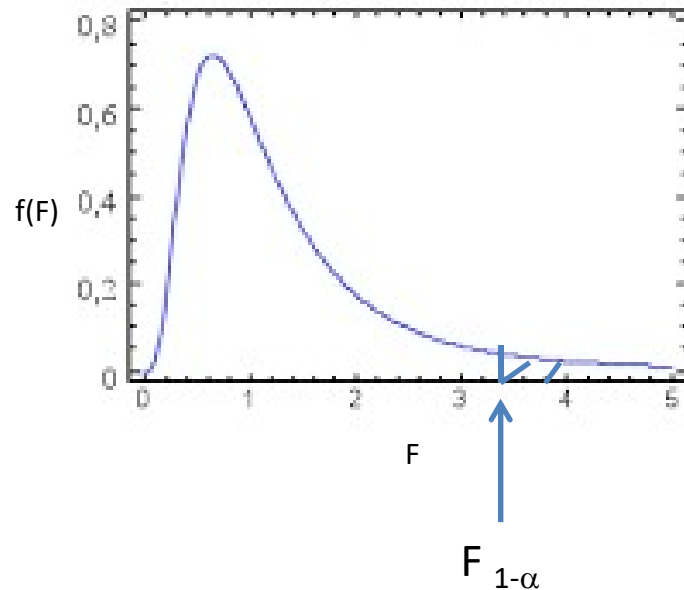


Test Estadístico



Test de Fisher (Test-F)

Distribución F con (10,8) grados de libertad



$$0.900 = P = \int_0^{F_p} f(F; f_1, f_2) dF$$

f_2	f_1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19
2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392
3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230
4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920
5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297
6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937
7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703
8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538
9	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416
10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323

$$0.950 = P = \int_0^{F_p} f(F; f_1, f_2) dF$$

f_2	f_1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978



MAGGIA
LABORATORIO

Test Estadístico



Test de Fisher (Test-F)

Ejemplo: Se mide con dos instrumentos diferente un mismo objeto, los resultados se escriben en la tabla siguiente. Puedo asumir que las precisiones de los instrumentos es equivalente.

Measurement number	Measurement with	
	Instrument 1 [μm]	Instrument 2 [μm]
1	100	97
2	101	102
3	103	103
4	98	96
5	97	100
6	98	101
7	102	100
8	101	
9	99	
10	101	
Mean	100	99.8
Degrees of freedom	9	6
s^2	$34/9 = 3.7$	$39/6 = 6.5$

$$F = 1,8$$



Test Estadístico

Test de Student (Test-T)

I. Una muestra

Suponemos una muestra \vec{X} que provienen de una población de media igual a: μ

a) La Hipótesis:

$$E(\tilde{\mu}) = \mu$$

b) Definimos la función sobre la muestra:

$$T = t = \frac{\tilde{\mu} - \mu}{\tilde{\sigma}_{\tilde{\mu}}} \longrightarrow \begin{array}{l} \tilde{\mu} : \text{f.d.p gaussianana} \\ \tilde{\sigma}_{\tilde{\mu}}^2 : \text{f.d.p Chi-cuadrado; } \frac{\sigma_{\tilde{\mu}}^2 \chi^2}{(n-1)} \end{array}$$

c) Encontramos la función de densidad de probabilidad de t .

$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2}(f+1))}{\Gamma(\frac{1}{2}f)\sqrt{\pi}\sqrt{f}} \left(1 + \frac{t^2}{f}\right)^{-\frac{1}{2}(f+1)} \quad f=n-1$$



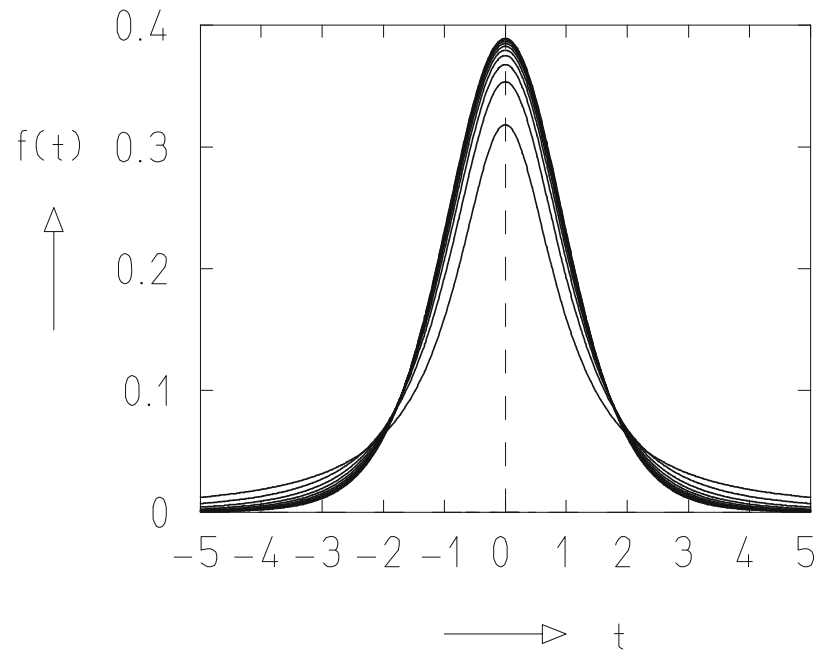
Test Estadístico

Test de Student (Test-T)

d) Fijamos el nivel de significación en 5% (2%,1%)

e)

$$f = 1, 2, \dots, 10$$

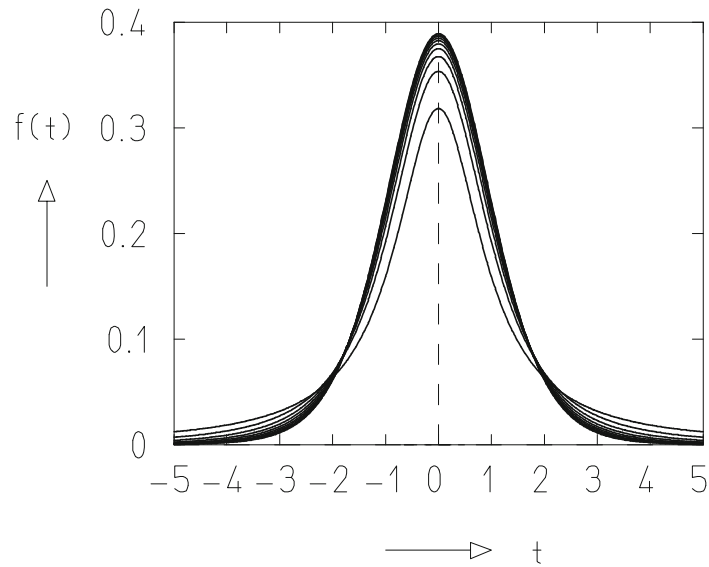




Test Estadístico

Test de Student (Test-T)

$f = 1, 2, \dots, 10$



La variable t puede ser en defecto o exceso, teniendo en ambos casos la misma probabilidad asociada

$$P(|t| \leq t) = 2F(|t|) - 1$$



$$\int_0^{t'_\alpha} f(t) dt = \frac{1}{2}(1 - \alpha)$$



Test de Student (Test-T)

f = 1, 2, ..., 10

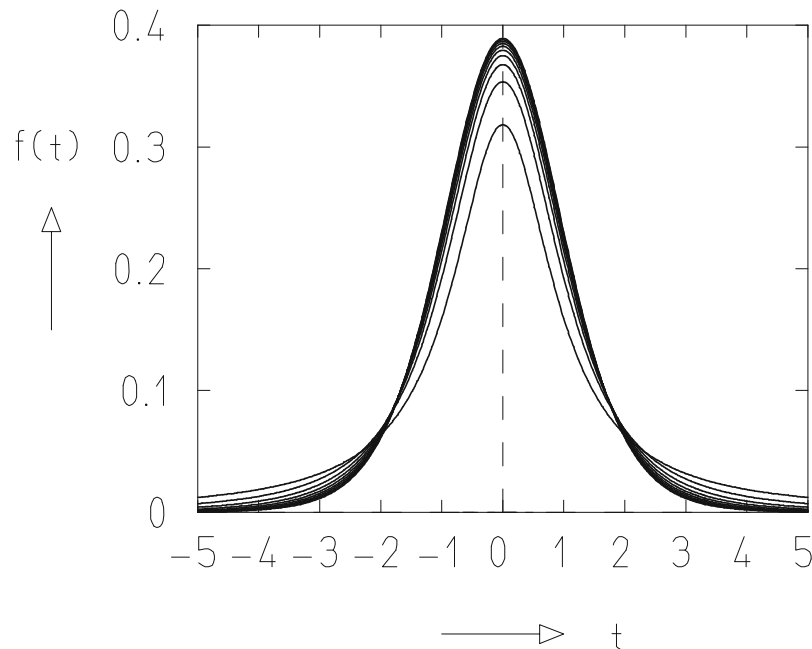


Table L.9: Quantiles t_p of Student's distribution.

$$P = \int_{-\infty}^{t_p} f(t; f) dt$$

f	P						
	0.9000	0.9500	0.9750	0.9900	0.9950	0.9990	0.9995
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551



Test de Student (Test-T)

I. Una muestra

Se mide la porosidad del suelo en una región obteniéndose los valores de la tabla, si nos dicen que su porosidad debe tener un valor del 18 %.

¿Como haría usted para verificarlo?

$$T = t = \frac{\tilde{\mu} - \mu}{\tilde{\sigma}_{\tilde{\mu}}} = 1.89$$

$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2}(f+1))}{\Gamma(\frac{1}{2}f)\sqrt{\pi}\sqrt{f}} \left(1 + \frac{t^2}{f}\right)^{-\frac{1}{2}(f+1)}$$

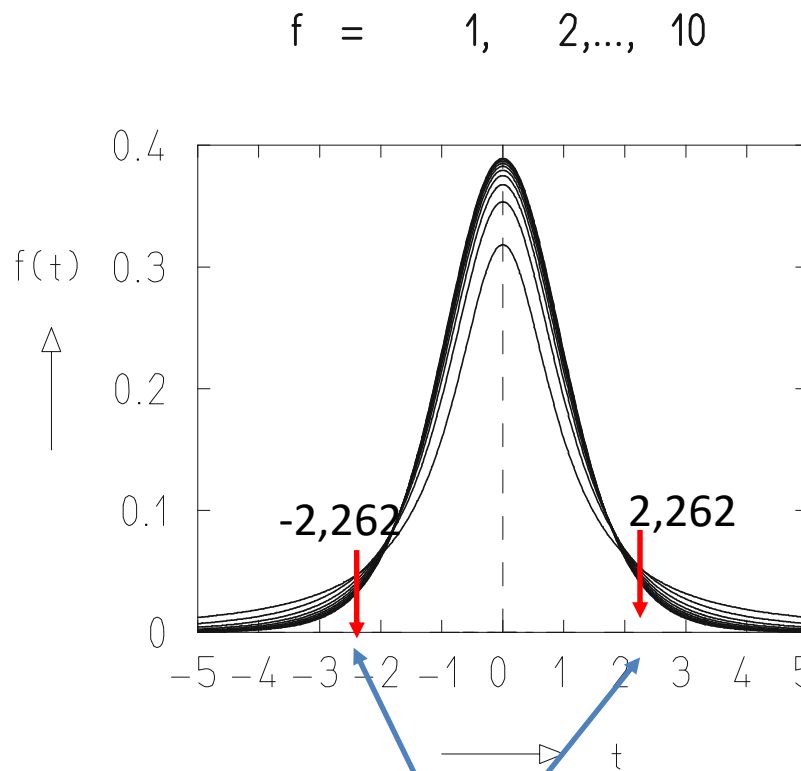
Table 2-16. Porosity measurements of ten cores of Tensleep Sandstone, Pennsylvanian, from the Bighorn Basin of Wyoming.

Core Number	Porosity (%)	Core Number	Porosity (%)
01	13	06	29
02	17	07	18
03	15	08	27
04	23	09	20
05	27	10	24
TOTAL = 213			
MEAN = 21.3			
$s^2 = 30.46$	$s = 5.52$	$s_e = 0.57$	

$$f = n - 1 = 9$$



Nivel de significación 5%



Nivel de significación 5%

Repartido en 2,5 % para cada lado

Table L9: Quantiles t_p of Student's distribution.

$$P = \int_{-\infty}^{t_p} f(t; f) dt$$

f	P						
	0.9000	0.9500	0.9750	0.9900	0.9950	0.9990	0.9995
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551



Test de Student (Test-T)

I. Dos muestras

Suponemos dos muestras (\bar{x}, \bar{x}') que provienen de la misma población de media: μ

a) La Hipótesis:

$$E(\tilde{\mu}) = E(\tilde{\mu}') = \mu$$

b) Definimos la función sobre las muestras :

$$T = t = \frac{\tilde{\mu} - \tilde{\mu}'}{\tilde{\sigma}_{\Delta}} \longrightarrow \begin{array}{l} \tilde{\mu}, \tilde{\mu}' : \text{f.d.p gaussianas} \\ \tilde{\sigma}_{\Delta}^2 : \text{f.d.p Chi-cuadrado; } \frac{\sigma_{\Delta}^2 \chi^2}{(n-1)} \\ \tilde{\sigma}_{\Delta}^2 = \left(\frac{n+n'}{nn'} \right) \left(\frac{(n-1)\tilde{\sigma}^2 + (n'-1)\tilde{\sigma}'^2}{(n-1)+(n'-1)} \right) \end{array}$$



Test Estadístico

Test de Student (Test-T)

c) Encontramos la función de densidad de probabilidad de t .

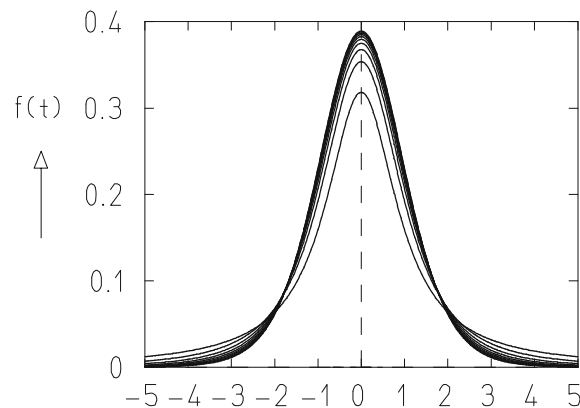
$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2}(f+1))}{\Gamma(\frac{1}{2}f)\sqrt{\pi}\sqrt{f}} \left(1 + \frac{t^2}{f}\right)^{-\frac{1}{2}(f+1)}$$

$$f = n + n' - 2$$

d) Fijamos el nivel de significación en 5% (2%,1%)

e)

$$f = 1, 2, \dots, 10$$





Test de Student (Test-T)

Table 2-16. Porosity measurements of ten cores of Tensleep Sandstone, Pennsylvanian, from the Bighorn Basin of Wyoming.

Core Number	Porosity (%)	Core Number	Porosity (%)
01	13	06	29
02	17	07	18
03	15	08	27
04	23	09	20
05	27	10	24
		TOTAL = 213	
		MEAN = 21.3	
$s^2 = 30.46$	$s = 5.52$	$s_e = 0.57$	

Table 2-17. Porosity measurements on ten cores of Tensleep Sandstone, Pennsylvanian, from the Wind River Basin of Wyoming.

Core Number	Porosity (%)	Core Number	Porosity (%)
11	15	16	26
12	10	17	24
13	15	18	18
14	23	19	19
15	18	20	21
		TOTAL = 189	
		MEAN = 18.9	
$s^2 = 23.21$	$s = 4.82$		

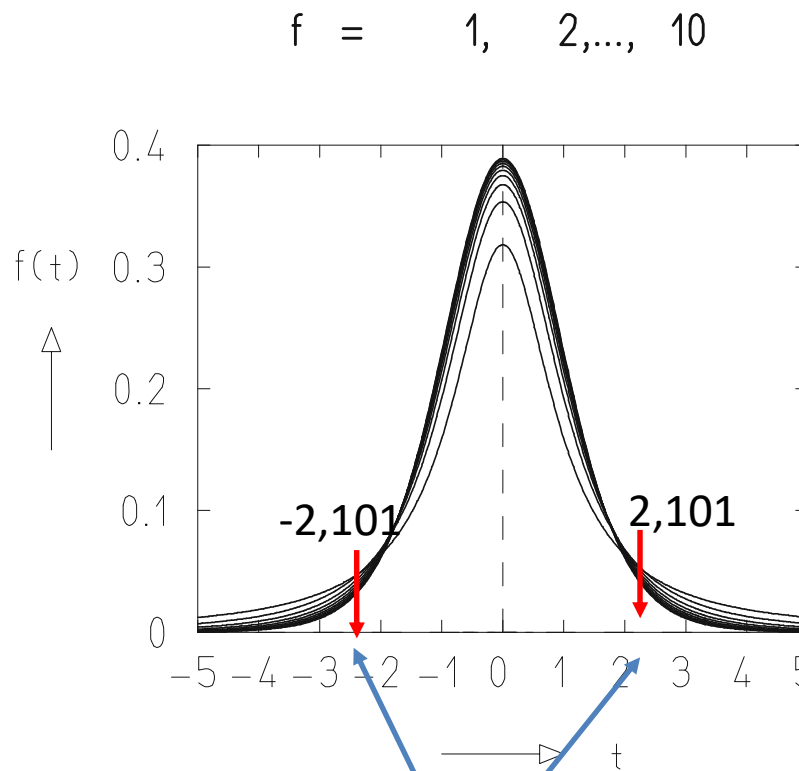
La porosidad de ambas muestras son similares.....

$$T = t = \frac{\bar{\mu} - \bar{\mu}'}{\sigma_{\Delta}} = 1.03$$

$$f = n + n' - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$$



Nivel de significación 5%



Nivel de significación 5%

Repartido en 2,5 % para cada lado

Table L9: Quantiles t_p of Student's distribution.

$P = \int_{-\infty}^{t_p} f(t; f) dt$	
	P
f	0.9000 0.9500 0.9750 0.9900 0.9950 0.9990 0.9995
1	3.078 6.314 12.706 31.821 63.657 318.309 636.619
2	1.886 2.920 4.303 6.965 9.925 22.327 31.599
3	1.638 2.353 3.182 4.541 5.841 10.215 12.924
4	1.533 2.132 2.776 3.747 4.604 7.173 8.610
5	1.476 2.015 2.571 3.365 4.032 5.893 6.869
6	1.440 1.943 2.447 3.143 3.707 5.208 5.959
7	1.415 1.895 2.365 2.998 3.499 4.785 5.408
8	1.397 1.860 2.306 2.896 3.355 4.501 5.041
9	1.383 1.833 2.262 2.821 3.250 4.297 4.781
10	1.372 1.812 2.228 2.764 3.169 4.144 4.587
11	1.363 1.796 2.201 2.718 3.106 4.025 4.437
12	1.356 1.782 2.179 2.681 3.055 3.930 4.318
13	1.350 1.771 2.160 2.650 3.012 3.852 4.221
14	1.345 1.761 2.145 2.624 2.977 3.787 4.140
15	1.341 1.753 2.131 2.602 2.947 3.733 4.073
16	1.337 1.746 2.120 2.583 2.921 3.686 4.015
17	1.333 1.740 2.110 2.567 2.898 3.646 3.965
18	1.330 1.734 2.101 2.552 2.878 3.610 3.922
19	1.328 1.729 2.093 2.539 2.861 3.579 3.883
20	1.325 1.725 2.086 2.528 2.845 3.552 3.850
30	1.310 1.697 2.042 2.457 2.750 3.385 3.646
40	1.303 1.684 2.021 2.423 2.704 3.307 3.551



Test Estadístico



Test de ajuste Chi-cuadrado

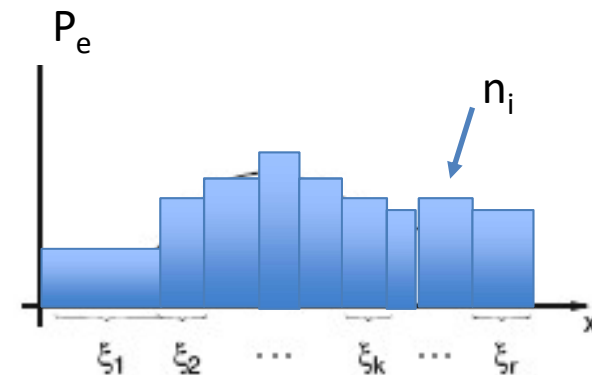
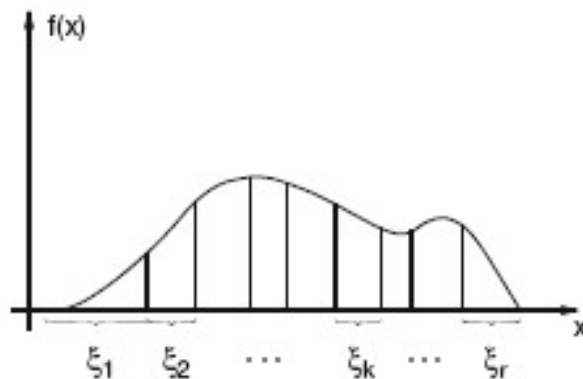
1) Sobre un conjunto de observaciones (muestreo aleatorio de tamaño n): Primero debe realizar sobre los datos el histograma= frecuencia relativa o numero de casos favorables sobre el intervalo

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_r$$

2) Defino el numero observacional de casos favorable como n_i (por intervalo debe existir un numero mínimo de 4-5 valores)

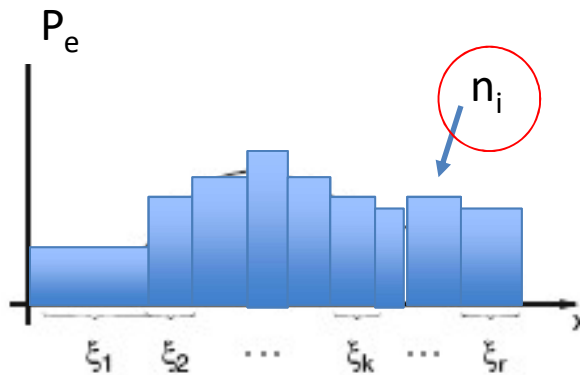
Implementación del test:

a)



$$p_i = P(X \in \xi_i) = \int_{\xi_i} f(x) dx; \quad \sum_{i=1} p_i = 1$$

Test Estadístico



$$p_i = P(X \in \xi_i) = \int_{\xi_i} f(x) dx$$

$$n p_i$$

$$\sum_{i=1}^r n_i = n$$

$$E\left(\frac{n_i}{n}\right) = p_i$$

b) Asumo multinomial, y approximo a la variable u_i que se asume de comportamiento gaussiano normalizado para n "grande"

$$u_i^2 = \frac{(n_i - n p_i)^2}{n p_i} \longrightarrow X^2 = \sum_{i=1}^r u_i^2$$

c) La Función de densidad de probabilidad se asume Chi-cuadrado con $r-1-p$ grados de libertad) p es el numero de parámetros que definí a partir de la muestra para encontrar la expresión de $f(x)$

Funciones de distribución especiales: Multinomial

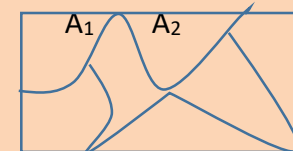
Sean una serie de eventos mutuamente excluyentes que terminan definiendo todos los casos posibles de un experimento aleatorio.

$$E = A_1 + A_2 + \dots + A_\ell$$

Sean A_i con $i=1, \dots, \ell$, ℓ eventos mutuamente excluyentes

Donde:

$$P(A_j) = p_j \quad , \quad \sum_{j=1}^{\ell} p_j = 1$$



La variable multinomial se expresa:

$$X_j = \sum_{i=1}^n X_{ij} \quad X_{ij} \text{ que es igual a 1 si pasa } A_j \text{ y 0 el resto; } n \text{ es el número total de pruebas}$$



Funciones de distribución especiales: Multinomial

$$x_j = \sum_{i=1}^n x_{ij}$$

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_l)^T$$

x_{ij} que es igual a 1 si pasa A_j y 0 el resto; n es el número total de pruebas

Parámetros que caracterizan a \vec{x} similar al caso de la binomial:

$$E[\vec{x}] = n\vec{p} \quad \vec{p} = (p_1, \dots, p_l)^T \quad \text{y} \quad \sigma^2(x_j) = np_j(1 - p_j) \quad \text{con } j=1, \dots, l$$

Como se trata de un vector de variables también debemos tener en cuenta la covarianza:

$$\text{cov}(x_i, x_j) = -np_i p_j \quad (i \neq j)$$



Table I.7: Quantiles χ^2_p of the χ^2 -distribution.

d) Fijamos el nivel de significación en 5% (2%,1%)

$$P = \int_0^{\chi^2_p} f(\chi^2; f) d\chi^2$$

f	P				
	0.900	0.950	0.990	0.995	0.999
1	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828
2	4.605	5.991	9.210	10.597	13.816
3	6.251	7.815	11.345	12.838	16.266
4	7.779	9.488	13.277	14.860	18.467
5	9.236	11.070	15.086	16.750	20.515
6	10.645	12.592	16.812	18.548	22.458
7	12.017	14.067	18.475	20.278	24.322
8	13.362	15.507	20.090	21.955	26.124
9	14.684	16.919	21.666	23.589	27.877
10	15.987	18.307	23.209	25.188	29.588
11	17.275	19.675	24.725	26.757	31.264
12	18.549	21.026	26.217	28.300	32.909
13	19.812	22.362	27.688	29.819	34.528
14	21.064	23.685	29.141	31.319	36.123
15	22.307	24.996	30.578	32.801	37.697
16	23.542	26.296	32.000	34.267	39.252
17	24.769	27.587	33.409	35.718	40.790
18	25.989	28.869	34.805	37.156	42.312
19	27.204	30.144	36.191	38.582	43.820
20	28.412	31.410	37.566	39.997	45.315
30	40.256	43.773	50.892	53.672	59.703
40	51.805	55.758	63.691	66.766	73.402
50	63.167	67.505	76.154	79.490	86.661
60	74.397	79.082	88.379	91.952	99.607
70	85.527	90.531	100.425	104.215	112.317
80	80.000	101.879	112.329	116.321	124.839
90	107.565	113.145	124.116	128.299	137.208
100	118.498	124.342	135.807	140.169	149.449

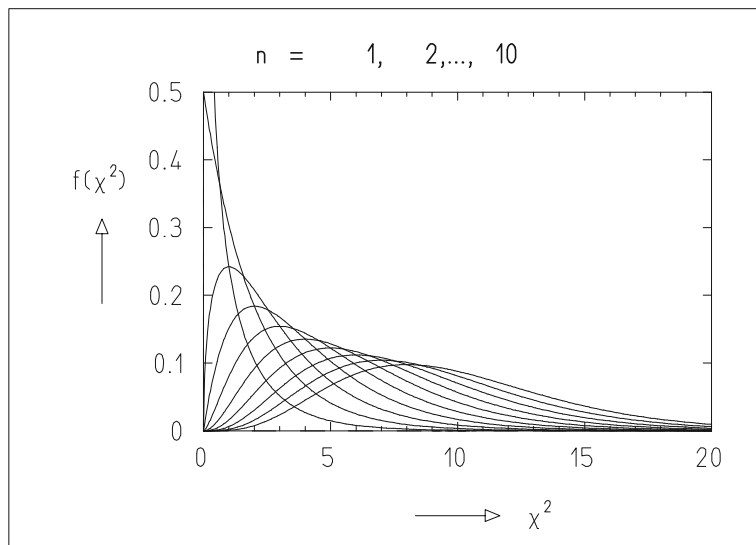


Fig. 6.8: Probability density of χ^2 for the number of degrees of freedom $n = 1, 2, \dots, 10$. The expectation value $E(\chi^2) = n$ moves to the right as n increases.

Test Estadístico



Ejemplo: Consideramos el lanzamiento de un dado y queremos saber si no está cargado. Los resultados obtenidos después de 600 lanzamientos se sintetizan en la tabla que sigue:

X_i	1	2	3	4	5	6
Obs	92	85	102	94	117	110

Fijamos el nivel de significación en 5% (2%,1%).

- Hipotesis: $E(n_i) = n \pi_i$ (donde π_i debe comportarse como si todos los lados del dado tienen la misma probabilidad, $\pi_i = 1/6$); $n \pi_i = 100$
- $\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(n_i - 100)^2}{100} = 7,18$; *grados de libertad* = $6 - 1 - 0 = 5$
- Nivel de significación = 0,05
- Valor crítico = 11,07