Función de distribución de una variable aleatoria

Es una función determinista que me describe matemáticamente el comportamiento probabilístico de una variable o intervalo de variables aleatoria

Variable aleatoria: variable que se asocia a cada resultado de un experimento aleatorio

<u>Definición de Función de distribución:</u>

$$F(x)=P(X<x)$$

X: variable aleatoria
x: variable determinista

Nota: $1-F(x)=1- P(X<x)= P(X\geq x)$

Ejemplo: ¿Cuál es la $F(x)$ para el experimento de tirada de un dado, anotando lo que sale en la cara superior?

X puede ser **discreta** o **continua**

Función de distribución de una variable aleatoria

Definición de Función de distribución, para el caso de una **variable aleatoria discreta:**

$$P(X < x) = \sum_{i=1}^{k(x_k < x)} P(X = x_i)$$

X: variable aleatoria
x: variable determinista

Ejemplos:

- Tirar una moneda y anotar lo que sale en la cara superior:

  X_1=0 (cara)

  X_2=1 (ceca)

- Tirar el dado y anotar lo que sale en la cara superior:

  {1,2,3,4,5,6} (x_i, i=1,..;6, asociado el número a el valor de cada una de las caras)

- Girar la aguja de una rueda de la fortuna y anotar el ángulo que forma la misma con respecto a una dirección de referencia.

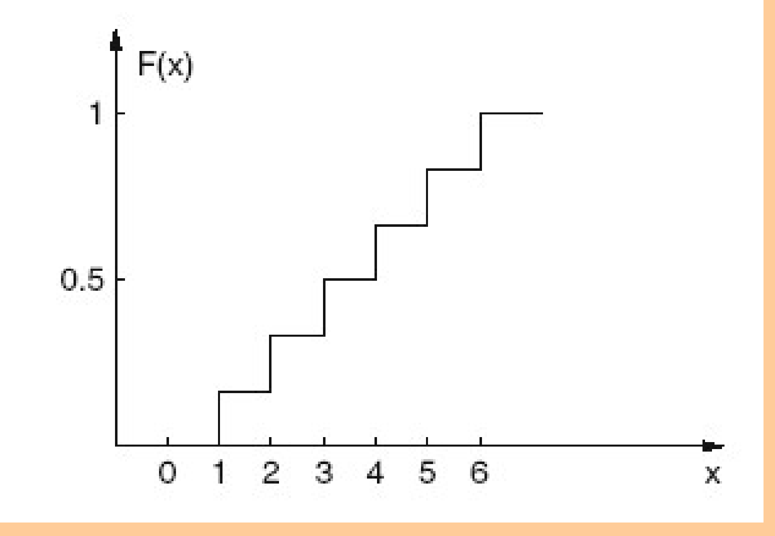
  $\{x / 0° \leq x < 360°\}$

Dibuje la función de distribución de la variable del ejercicio b) (Tirada de un dado)

$P(X<1)=F(1)$, aquí la variable determinista es 1, $x=1$

$P(X<1)=0$ …..y $P(X<0.5)=$?

Cuál es el valor para $F(2)$,$F(3)$, $F(4)$, $F(5)$, $F(6)$, $F(100)$?



Función de distribución y densidad de probabilidad (I)

Si la **variable aleatoria es continua**, se define la función de **densidad de probabilidad:**

Es una función de *densidad lineal* de una variable aleatoria

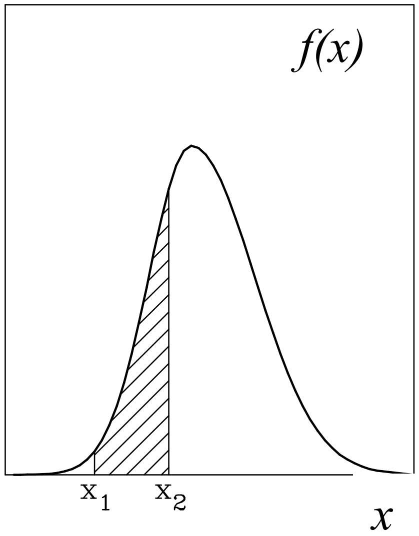
$f(x)\,dx = P(x \leq X < x+dx)$

$F(x) = P(X < x)$, $F(x+dx) = P(X < x+dx)$

$$F(x+\Delta x) - F(x) = P(x < X < x+\Delta x) \simeq f(x)\Delta x$$

$$\Rightarrow \qquad f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

$$f(x) \geq 0 \qquad ; \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1.$$



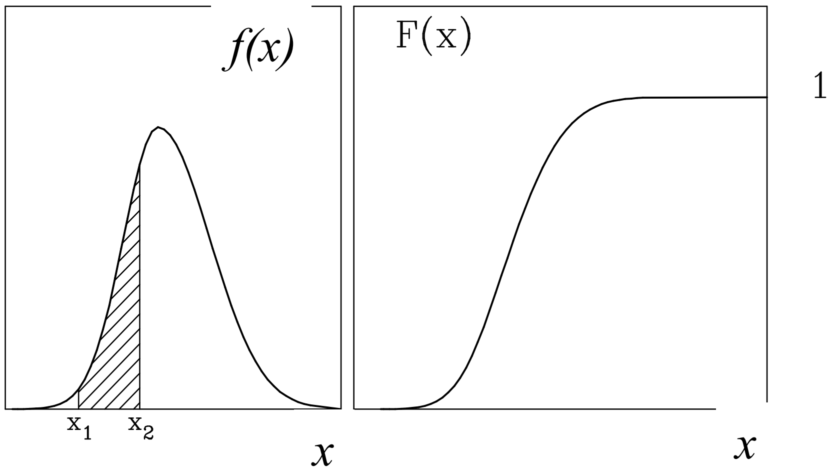
Función de distribución y densidad de probabilidad (II)

Es una función de densidad lineal de una variable aleatoria

$f(x)\,dx = P(x \leq X < x+dx)$

La **función de distribución** se vincula con la **función de densidad** de una variable aleatoria de la siguiente manera

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt.$$



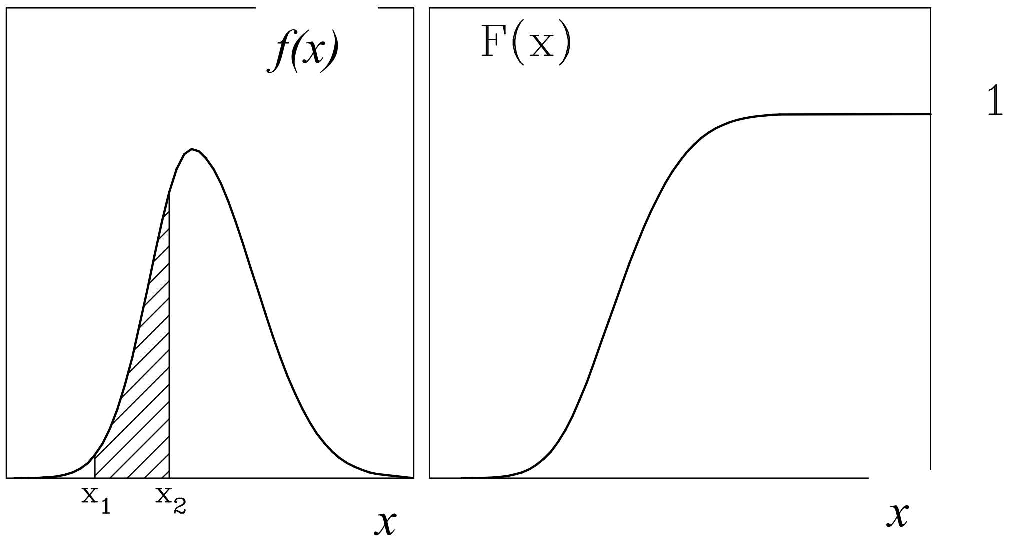
$$P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx.$$

Función de distribución y de densidad de probabilidad (III)

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\ dx.$$

$$F(-\infty) = \int_{-\infty}^{-\infty} f(x)\ dx = 0 \quad ; \quad F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = 1.$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\ dt.$$



MAGGIA
LABORATORIO

Parámetros que caracterizan una variable aleatoria

Existen los parámetros que caracterizan la **centralización**, la **dispersión** y la **forma** de la distribución que tiene la variable.

CENTRALIZACIÓN: Parámetro **media**, mediana y moda

¿Cómo definir el valor más representativo de la variable aleatoria?

<u>Valor medio o media</u>

Si la variable es discreta

$$\mu = \sum_{i=1}^{k} x_i P(X = x_i)$$

Si la variable es continua

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$$

Parámetros que caracterizan una variable aleatoria

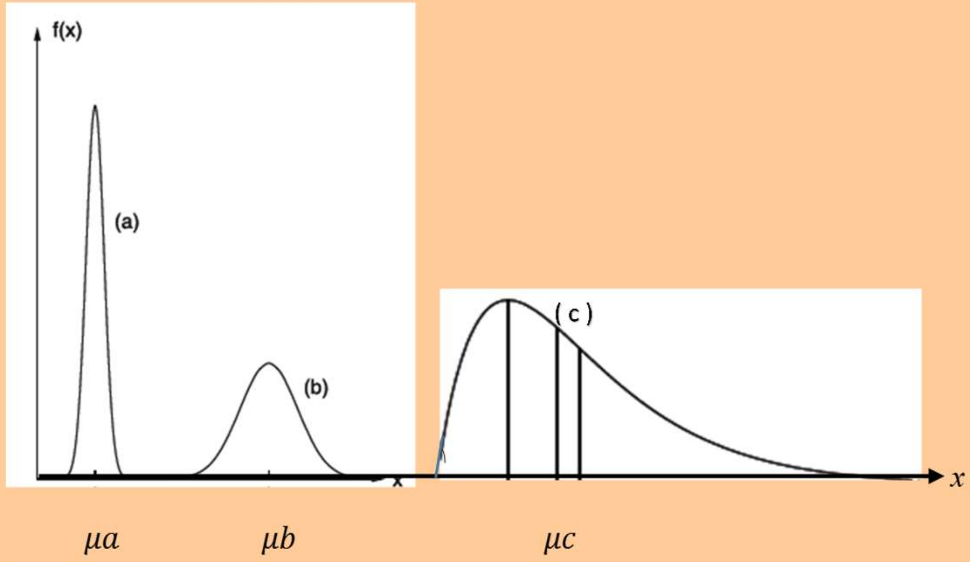
CENTRALIZACIÓN: Parámetro media, mediana y moda

Mediana: es aquel valor de los posible de X que su función de distribución es igual a 0.5

$$F(x_m) = 0.5$$

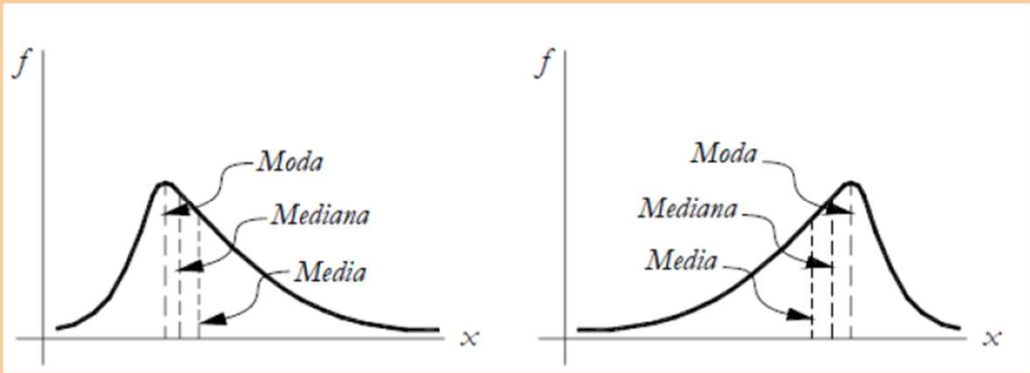
Mediana: es aquel valor de los posible de X que su función de densidad de probabilidad o probabilidad es máxima.

$$f(x_0) = \max \quad o \quad P(X = x_0) = max$$



¿Qué puede decir de la media de la gráficas?

Observación: Gráfico que sintetiza las situaciones diferentes de valores para los parámetros precedentes.



¿Cuándo sucede que las tres maneras de definir al **valor más representativo** son coincidentes?

Parámetros que caracterizan una variable aleatoria

Para caracterizar la **DISPERSIÓN**: Parámetro varianza

Varianza

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2 \, P(X = x_i)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

Desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Experimento: Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre una muestra de 50 pacientes. La consulta fue la edad en meses que los niños comenzaron a caminar.

Complete la tabla:

x_i (en meses)	Nro de niños	P_e		
9	1			
10	4			
11	9			
12	16			
13	11			
14	8			
15	1			

a) Calcule la probabilidad empírica (complete en la tabla)

b) Calcule la función de distribución o probabilidad acumulada (complete en la tabla)

c) Calcule la media, moda y mediana (esta última en forma aproximada), ¿Qué puede decir de estos resultados?

d) Calcule la varianza.

Experimento: Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre una muestra de 50 pacientes. La consulta fue la edad en meses que los niños comenzaron a caminar.
Complete la tabla:

x_i (en meses)	Nro de niños	P_e	F(xi)	
9	1	1/50	0	
10	4	4/50	1/50	
11	9	9/50	5/50	
12	16	16/50	14/50	
13	11	11/50	30/50	
14	8	8/50	41/50	
15	1	1/50	49/50	

a) Calcule la probabilidad empírica (complete en la tabla)
b) Calcule la función de distribución o probabilidad acumulada (complete en la tabla)
c) Calcule la media, moda y mediana (esta última en forma aproximada), ¿Qué puede decir de estos resultados?
d) Calcule la varianza.

Experimento: Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre una muestra de 50 pacientes. La consulta fue la edad en meses que los niños comenzaron a caminar.
Complete la tabla:

x_i (en meses)	Nro de niños	P_e	F(xi)	
9	1	1/50	0	
10	4	4/50	1/50	
11	9	9/50	5/50	
12	16	16/50	14/50	
13	11	11/50	30/50	
14	8	8/50	41/50	
15	1	1/50	49/50	

a) Calcule la probabilidad empírica (complete en la tabla)
b) Calcule la función de distribución o probabilidad acumulada (complete en la tabla)
c) Calcule la media, moda y mediana (esta última en forma aproximada), ¿Qué puede decir de estos resultados?

$$\mu = \sum_{i=1}^{k} x_i P(X = x_i)$$

12.2 meses

Experimento: Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre una muestra de 50 pacientes. La consulta fue la edad en meses que los niños comenzaron a caminar.
Complete la tabla:

x_i (en meses)	Nro de niños	P_e	F(xi)	
9	1	1/50	0	
10	4	4/50	1/50	
11	9	9/50	5/50	
12	16	16/50	14/50	
13	11	11/50	30/50	
14	8	8/50	41/50	
15	1	1/50	49/50	

a) Calcule la probabilidad empírica (complete en la tabla)
b) Calcule la función de distribución o probabilidad acumulada (complete en la tabla)
c) Calcule la media, moda y mediana (esta última en forma aproximada), ¿Qué puede decir de estos resultados?

$$f(x_0) = \max \quad o \quad P(X = x_0) = max$$

Moda=12 meses

$$F(x_m) = 0.5$$

Mediana = entre 12 y 13 meses

Experimento: Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre una muestra de 50 pacientes. La consulta fue la edad en meses que los niños comenzaron a caminar.
Complete la tabla:

x_i (en meses)	Nro de niños	P_e	F(xi)	
9	1	1/50	0	
10	4	4/50	1/50	
11	9	9/50	5/50	
12	16	16/50	14/50	
13	11	11/50	30/50	
14	8	8/50	41/50	
15	1	1/50	49/50	

a) Calcule la probabilidad empírica (complete en la tabla)
b) Calcule la función de distribución o probabilidad acumulada (complete en la tabla)
c) Calcule la media, moda y mediana (esta última en forma aproximada), ¿Qué puede decir de estos resultados?
d) Calcule la varianza.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2 \, P(X = x_i)$$

2.8 es decir su desviación estándar = 1.7 meses