



Estadística Aplicada

Bibliografía:

Brand, S. (2014). Statistical and Computational Methods for Scientists and Engineers (Fourth Edition). North Holland

Davis, J. (2002) Statistical and data analysis in Geology.

Estadística Aplicada

Catedra integrada por

Profesora: Amalia Meza

Jefe de Trabajos Practicos: Francisco Azpilicueta

Ayudante Diplomado: Juan Pablo Caso

Pagina de la materia:

<http://iono.fcaglp.unlp.edu.ar/~estadistica/>

Estadística Aplicada

El **objetivo fundamental** es obtener conclusiones de la investigación empírica usando modelos matemáticos. A partir de los datos reales se construye un modelo que se confronta con estos datos por medio de la Estadística. Esta proporciona los métodos de evaluación de las discrepancias entre ambos. Por eso es necesaria para toda ciencia que requiere análisis de datos y diseño de experimentos.

¿Para qué sirve?

Análisis de muestras: Se elige una muestra de una población para hacer inferencias respecto a esa población a partir de lo observado en la muestra (sondeos de opinión, control de calidad, variabilidad estacional de la temperatura, etc).

Descripción de datos. Procedimientos para resumir la información contenida en un conjunto (amplio) de datos.

Contraste de hipótesis. Metodología estadística para diseñar experimentos que garanticen que las conclusiones que se extraigan sean válidas. Sirve para comparar las predicciones resultantes de las hipótesis con los datos observados (medicina eficaz, diferencias entre poblaciones, etc).

Medición de relaciones entre variables estadísticas (contenido de gas hidrógeno neutro en galaxias y la tasa de formación de estrellas, etc)

Predicción. Prever la evolución de una variable estudiando su historia y/o relación con otras variables.

Cada vez que utilizamos las matemáticas con el objeto de estudiar un “fenómeno observable” es indispensable construir un **Modelo Matemático**.



Fenómeno Observable:

- 1) Movimiento rectilíneo uniforme con velocidad de 2 km/h ¿Cuál es la distancia (d) recorrida en un tiempo DT?

Experiencia....mido cada hora la distancia recorrida con un distanciometro y un reloj, construyo la siguiente tabla:

DT (h)	d (km)
0	0
1	2
2	4
3	6

Dibuje la tabla previa, ¿Puede escribir un modelo matemático? ¿Puede calcular la distancia recorrida al cabo de 1 hora y media?

- 2) Tire un dado y registre el número que aparece en la cara superior. Tire el dado 5 veces, dibuje una tabla;

Nro de tirada	Nro. sale
1	4
2	1
3	3
4	5
5	6

¿Puede escribir un modelo matemático? ¿Puede decir que valor saldrá en la tirada siguiente?

¿Cuáles son las diferencias entre ambos experimentos?

Primer Paso Estadística Descriptiva

La aplicación del tratamiento estadístico tiene dos fases fundamentales:

1. Organización y análisis inicial de los datos recogidos.
2. Extracción de conclusiones válidas y toma de decisiones razonables a partir de ellos.

Los objetivos de la **Estadística Descriptiva** son los que se abordan en la primera de estas fases. Es decir, su misión es ordenar, describir y sintetizar la información recogida. En este proceso será necesario establecer medidas cuantitativas que reduzcan a un número manejable de parámetros del conjunto (en general grande) de datos obtenidos.

Generalidades

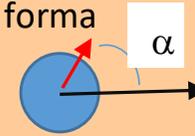
Escenario de trabajo y definiciones básicas:

- Experimento aleatorio: estricto seguimiento de un procedimiento preestablecido que arroja un resultado aleatorio.(E)
- Espacio Muestral: es el conjunto de todos los resultados posibles (S)
- Evento o suceso aleatorio: describe aquello que es objeto de estudio dentro del experimento aleatorio. (A)

Está constituido por el *subconjunto de resultados favorables* al suceso respecto de un espacio muestral particular

Experimento aleatorio, ejemplos

- Lanzar una moneda y anotar lo que sale en la cara superior
- Se tiene una rueda de la fortuna, y se anota el ángulo final que forma con un eje apuntando desde el centro de la rueda hacia la derecha.



Espacio muestral, ejemplos

- Resultado: Cara o Ceca
- Valores angulares que van de 0° a 360°

Evento o Suceso aleatorio (Es nuestro objeto de estudio)

- Que la cara superior sea cara.
- Que el ángulo que forme la aguja se encuentre entre 0 y 45°

¿Se le ocurre otros eventos en base a los experimentos que definimos en a) y b)?

Probabilidad del evento o suceso

A-priori

N_A : número de resultados favorables al evento A.
 N : número de resultados posibles

$$P(A) = N_A / N$$

Empírica

n_A : número pruebas con resultado favorables al evento A.
 n : número de pruebas totales

$$P_e(A) = n_A / n$$

Probabilidad (I)

a) $P(A) \geq 0$

b) $P(E) = 1$

c) Si A y B son eventos mutuamente excluyentes; $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Reglas de Probabilidad:

1) Probabilidad Aditiva

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

2) Probabilidad Condicional

$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B)$$

Si A y B son independientes

$$P(A \cap B) = P(A/B) P(B) = P(A) * P(B)$$

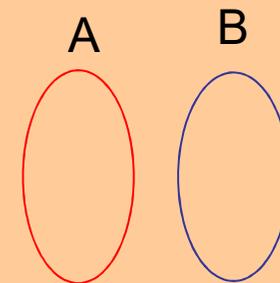
Se sabe que el 50% de la población fuma y que el 10% fuma y es hipertensa. ¿Cuál es la probabilidad de que un fumador sea hipertenso (Hipertenso si fuma)?

- Demostración: c) Si A y B son eventos mutuamente excluyentes;

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

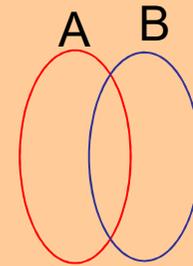
$$P(A+B) = N_{A+B}/N = (N_A + N_B)/N = N_A/N + N_B/N = P(A) + P(B)$$

Observación: $P(A + \text{no } A) = P(A) + P(\text{no } A) = 1$; por lo tanto $P(\text{no } A) = 1 - P(A)$



Demostración: Probabilidad aditiva (usando conjuntos)

$$P(A \cup B) = P(A+B) = \frac{N_A + N_B - N_{A \cap B}}{N} = \frac{N_A}{N} + \frac{N_B}{N} - \frac{N_{A \cap B}}{N} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



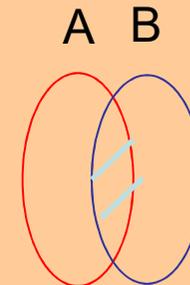
Demostración: Probabilidad condicional

$$P(A/B) = N_{A \cap B} / N_B = (N_{A \cap B} / N) / (N_B / N) = P(A \cap B) / P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A/B) * P(B) = P(B/A) * P(A)$$

Observación: Si A y B son independientes, entonces $P(A \cap B) =$

Ejemplo: (Escriba el enunciado y respuesta, atienda el audio)



Probabilidad (II)

3) a) Probabilidad TOTAL

$P(B) = \sum_{i=1,t} P(B/A_i) * P(A_i)$; A_i son t eventos mutuamente excluyentes.

Ejemplo: Cual es la probabilidad de observar una estrella con metalicidad mayor o igual que 0,7 en las cercanías del sol?

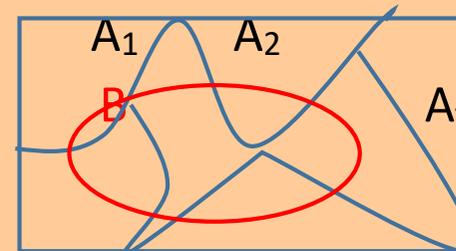
b) Teorema de Bayes

$P(A_i/B) = P(B/A_i) * P(A_i) / P(B)$; Considerando A_i son t eventos mutuamente excluyentes; esta probabilidad responde como a partir de ocurrido B deducimos la probabilidad de A_i



Probabilidad Total:

Sean A_i con $i=1, \dots, t$, t eventos mutuamente excluyentes



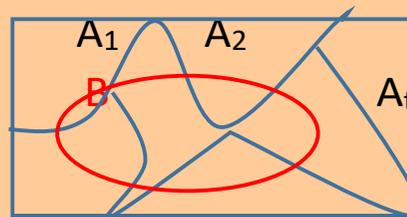
$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_t)$$

$$P(B) = P(B/A_1) * P(A_1) + P(B/A_2) * P(A_2) + \dots + P(B/A_t) * P(A_t)$$

$$P(B) = \sum_{i=1, t} P(B/A_i) * P(A_i)$$

Probabilidad Total:

Sean A_i con $i=1, \dots, t$, t eventos mutuamente excluyentes



$$P(B) = P(B|A_1) + P(B|A_2) + \dots + P(B|A_t)$$

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + \dots + P(B|A_t) \cdot P(A_t)$$

$$P(B) = \sum_{i=1, t} P(B|A_i) \cdot P(A_i)$$

Teorema de Bayes: Sean A_i con $i=1, \dots, t$, t eventos mutuamente excluyentes.

$$(P(A_i \text{ y } B) = P(A_i|B) \cdot P(B) = P(B|A_i) \cdot P(A_i))$$

$$P(A_i|B) = (P(B|A_i) \cdot P(A_i)) / P(B) = (P(B|A_i) \cdot P(A_i)) / (P(B) = \sum_{i=1, t} P(B|A_i) \cdot P(A_i))$$

Ejercicio: El parte meteorológico para una localidad es que existen tres posibilidades para el día de mañana.

- a) Lluvia un 50%
- b) Nieve un 30%
- c) Niebla un 20%

Analizando la cantidad de accidentes cuando existen algunas de las condiciones climáticas anteriores se concluye que:

- a) Accidente si llueve tiene una probabilidad de 10%
- b) Accidente si nieva tiene una probabilidad de 20%
- c) Accidente si hay niebla tiene una probabilidad de 5%

1.- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra un accidente mañana?
(Ayuda: use probabilidad total)

2.- ¿Qué debo hacer si a partir de que ocurra un accidente quiero conocer cuál fue el clima? (Ayuda: use T. de Bayes)

Probabilidad (II)

Resumen

Sucesos mutuamente excluyentes	Máxima dependencia estadística	$P(A+B)=P(A)+P(B)$
Sucesos que no son mutuamente excluyentes	A y B estadísticamente independientes	$P(A \cdot B)=P(A)*P(B)$
	A y B estadísticamente dependientes	$P(A \cdot B)=P(A)*P(B/A)=P(B)*P(A/B)$